4e - Chapitre 10 : Proportionnalité - Cours

I. Grandeurs Proportionnelles :

Définition : Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Méthode : Pour déterminer si deux grandeurs représentées dans un tableau sont proportionnelles, on peut calculer les quotients des valeurs correspondants de ces grandeurs, puis comparer ces quotients.

Exemples :

1re grandeur	13	15	20
2e grandeur	67,6	78	104

$\frac{67,6}{13} = 5,2$ $\frac{78}{15} = 5,2$ $\frac{104}{20} = 5,2$

Tous les quotients sont égaux, donc ce tableau est un tableau de proportionnalité.
Les deux grandeurs sont proportionnelles.
Le coefficient de proportionnalité est 5,2.

1re grandeur	5	12
2e grandeur	8	21

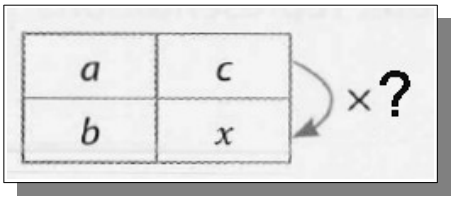
$\frac{8}{5} = 1,6$ et $\frac{21}{12} = 1,75$

Les quotients ne sont pas égaux, donc ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.
Les deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.

II. Comment calculer une 4e proportionnelle ?

Définition : On appelle "**4e proportionnelle**" un nombre placé dans une des cases d'un tableau de proportionnalité **dont on connaît déjà 3 autres valeurs.**

Méthode : Soit le tableau ci-contre de proportionnalité :
La "4e proportionnelle" est le nombre x .



Ce nombre peut se calculer de plusieurs façons :

- On peut chercher la valeur du coefficient de proportionnalité (le point d'interrogation).
  Ce coefficient vaut $\frac{b}{a}$ d'après la définition au début du cours.
  Donc $x = c \times \frac{b}{a}$ est une méthode de calcul de x .
- On utilise la règle de "l'égalité des produits en croix".
  Dans ce tableau de proportionnalité, on sait que $a \times x = b \times c$ (**cela s'appelle "égalité des produits en croix"**). C'est une **équation**, donc la solution est $x = \frac{b \times c}{a}$.
  On remarquera que c'est la même valeur trouvée précédemment car $c \times \frac{b}{a} = \frac{c}{1} \times \frac{b}{a} = \frac{c \times b}{a \times 1} = \frac{c \times b}{a}$

Exemple :

Sur un plan, 4 cm représentent 45 m en réalité.
Combien 7 cm sur ce plan représentent-ils en réalité ?

Distance sur le plan (en cm)	4	7
Distance réelle (en m)	45	x

$\times \frac{45}{4}$

$x = 7 \times \frac{45}{4} = 7 \times 11{,}25 = 78{,}75$

Égalité des produits en croix : $4 \times x = 7 \times 45$ donc $x = \frac{7 \times 45}{4} = 78{,}75$

7 cm sur le plan représentent 78,75 m en réalité.

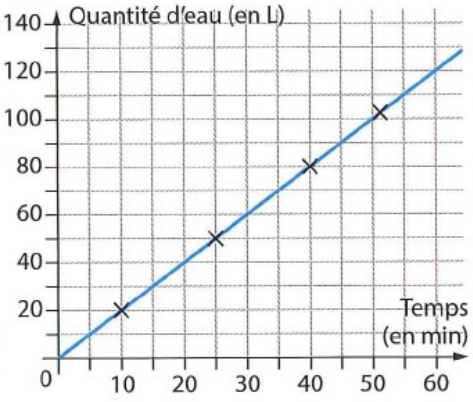
III. Exploiter une représentation graphique :

Propriété : Si deux grandeurs sont proportionnelles, alors elles sont représentées par des points alignés avec l'origine du repère.

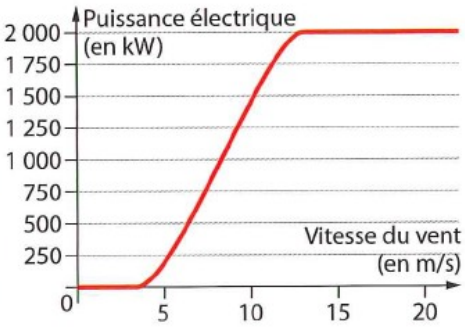
Réciproquement : Si deux grandeurs sont représentées par des points alignés avec l'origine du repère alors elles sont proportionnelles.

Exemples :

Lorsque l'eau coule d'un robinet, la quantité d'eau écoulée est proportionnelle au temps.



La puissance d'une éolienne n'est pas proportionnelle à la vitesse du vent.



IV. Utiliser des Pourcentages :

- Pour calculer t % d'une quantité on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$.

  Exemple : 6% de 250 grammes font $\frac{6}{100} \times 350$ ou $0{,}06 \times 350$ qui donne 21 grammes.

- Pour exprimer une quantité par rapport à une autre en pourcentage, on calcule le quotient de la quantité par le total et on multiplie par 100.

  Exemple : 13 élèves sur une classe de 30 élèves représentent 43,3% de la classe car

  $\frac{13}{30} \times 100 = 43{,}3$ %. On peut remarquer que si on calcule $\frac{13}{30}$ on trouve 0,433 qui est bien 43,3%

- Pour augmenter une quantité de t %, on peut multiplier la quantité par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$

- Pour diminuer une quantité de t % on peut multiplier la quantité par $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$