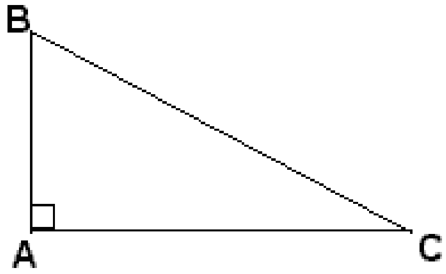
4e : Contrôle de Mathématiques - Trigonométrie et Calcul littéral - Correction

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant, en arrondissant l'angle au degré et le cosinus au millième près :

Angle	35°	$73^\circ = \cos^{-1}(0,3)$	60°	$11^\circ = \cos^{-1}(0,98)$
Cosinus	0,819	0,3	0,5	0,98

Exercice 2 : En utilisant la figure ci-contre, répondre aux questions suivantes (on fera apparaître les calculs sur la copie et on arrondira les longueurs à $0{,}1\,cm$ près et les angles à l'unité près).



1. Si l'angle $\widehat{ABC} = 63^o$ et $BC = 8\,cm$, calculer AB.

   Le triangle ABC est rectangle en A donc $\cos(63^\circ) = \dfrac{AB}{BC}$ donc

   $\cos(63^\circ) = \dfrac{AB}{8}$ donc $8 \times \cos(63^\circ) = AB$ ce qui donne

   $AB = 3{,}6\,cm$ environ.

2. Si l'angle $\widehat{ACB} = 21^o$ et $AC = 6\,cm$, calculer BC.

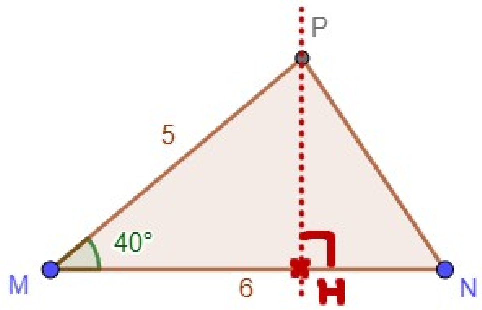
   Le triangle ABC est rectangle en A donc $\cos(21) = \dfrac{6}{BC}$ donc $BC \times \cos(21) = 6$ et donc

   $BC = \dfrac{6}{\cos(21)} = 6{,}4\,cm$ environ.

3. Si la longueur $AB = 3\,cm$ et $BC = 12\,cm$ calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ puis celle de l'angle $\widehat{ACB}$.

   Le triangle ABC est rectangle en A donc $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC}$ donc $\widehat{ABC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{3}{12}\right) = 76^\circ$ environ.

Exercice 3 :



1. Dans le triangle ci-contre (pas à l'échelle), où $MP = 5\,cm$, $MN = 6\,cm$ et $\widehat{PMN} = 40^\circ$, tracer la hauteur issue de P et appeler H le pied de cette hauteur sur $[MN]$

2. Montrer que $PH = 3{,}2\,cm$ (au dixième près)

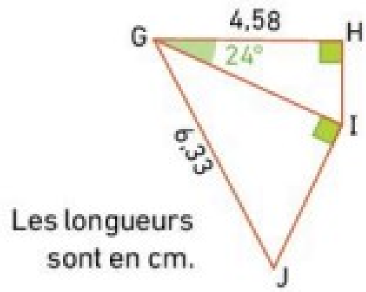
   Dans le triangle MPH rectangle en H, $\widehat{MPH} = 180 - (90 + 40) = 50^\circ$.

   De plus $\cos(50^\circ) = \dfrac{PH}{5}$ donc $PH = 5 \times \cos(50^\circ) = 3{,}2\,cm$ environ.

3. En déduire une valeur approchée au dixième près de l'aire du triangle MNP.

   L'aire est donc $\dfrac{base \times hauteur}{2} = \dfrac{MN \times PH}{2} = \dfrac{6 \times 3{,}2}{2} = 9{,}6\,cm^2$ environ.

Exercice 4 : En utilisant la figure ci-contre :

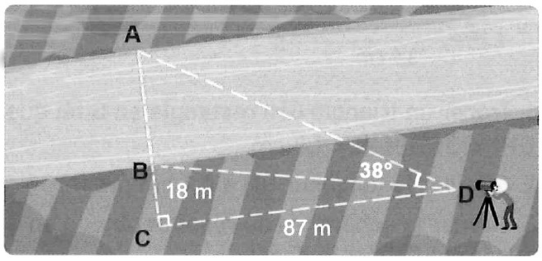


1. Calculer GI au centième près: Dans le triangle GHI rectangle en H on a $\cos(24)=\frac{4,58}{GI}$ donc $GI=\frac{4,58}{\cos(24)}=5,01\,cm$

2. Calculer l'angle $\widehat{IGJ}$ au degré près.

   Dans le triangle rectangle GIJ, $\cos(\widehat{IGJ})=\frac{5,01}{6,33}$ donc $\widehat{IGJ}=\cos^{-1}\left(\frac{5,01}{6,33}\right)=38^\circ$ environ.

Exercice 5 : Denis se trouve sur la rive d'un fleuve, au point D. Pour calculer la largeur du fleuve AB, il a pris certaines mesures. Il a trouvé que $BC=18\,m$, $CD=87\,m$, et $\widehat{ADB}=38^\circ$.



Enfin, les triangles ACD et BCD sont rectangles en C.

Calculer AB à $0,1\,m$ près.

Pour calculer AB, on doit connaître AC puis enlever BC et cela donne AB.

Pour calculer AC, on doit connaître AD puis utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ACD.

Pour calculer AD, on peut chercher l'angle $\widehat{ADC}$, c'est à dire chercher l'angle $\widehat{BDC}$ et ajouter 38°.

Donc :

Dans le triangle rectangle BCD, d'après le théorème de Pythagore, $BD^2=BC^2+CD^2$ donc

$BD^2=18^2+87^2=7893$ donc $BD=\sqrt{7893}=88,84\,m$

Ensuite : $\cos(\widehat{BDC})=\frac{87}{88,84}$ donc $\widehat{BDC}=\cos^{-1}\left(\frac{87}{88,84}\right)=12^\circ$

Donc $\widehat{ADC}=38+12=50^\circ$.

Ensuite, $\cos(50^\circ)=\frac{87}{AD}$ donc $AD=\frac{87}{\cos(50^\circ)}=135,35\,m$ et enfin avec le théorème de Pythagore,

$AC^2=AD^2-CD^2$ donc $AC=104\,m$ environ et donc $AB=104-18=86\,m$ environ.

Exercice 6 : Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

$A=3(x-2)-6(2x-7)-(-4x+8) = 3x-6-12x+42+4x-8=-5x+28$

$B= x(-3x+7)+4(2-x)-2x(-6+3x) = -3x^2+7x+8-4x+12x-6x^2=-9x^2+15x+8$

Exercice “Plus”: Thomas a une règle, une équerre et une calculatrice scientifique (**mais pas de rapporteur**). Comment peut-il tracer un angle mesurant environ 57° ?

$\cos(57^\circ)=0,54$ environ donc on peut construire un segment de $5,4\,cm$ environ, puis une perpendiculaire, et avec un compas on construit un cercle de 10cm et le point d'intersection donnera un angle de 57° environ.