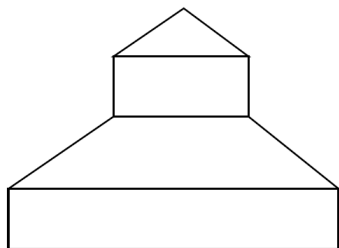


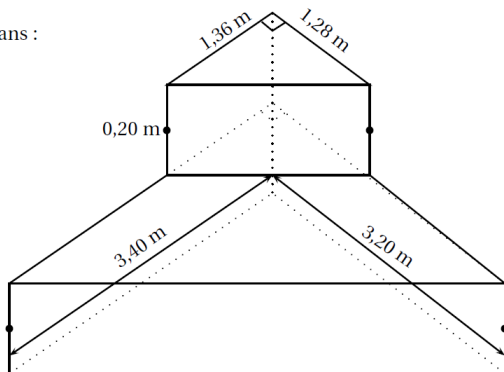
4e - Chapitre 6 : Géométrie dans l'espace - Feuille 2 - Problèmes

Exercice 1 :

Afin de faciliter l'accès à sa piscine, Monsieur Joseph décide de construire un escalier constitué de deux prismes superposés dont les bases sont des triangles rectangles.



Voici ses plans :



Information 1 : Volume du prisme = aire de la base $\times$ hauteur ; $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$

Information 2 : Voici la reproduction d'une étiquette figurant au dos d'un sac de ciment de 35 kg.

Dosage pour 1 sac de 35 kg	Volume de béton obtenu	Sable (seaux)	Gravillons (seaux)	Eau
Mortier courant	105 L	10		16 L
Ouvrages en béton courant	100 L	5	8	17 L
Montage de murs	120 L	12		18 L

Dosages donnés à titre indicatif et pouvant varier suivant les matériaux régionaux et le taux d'hygrométrie des granulats

- Démontrer que le volume de l'escalier est égal à $1,26208 \text{ m}^3$.
- Sachant que l'escalier est un ouvrage en béton courant, déterminer le nombre de sacs de ciment de 35 kg nécessaires à la réalisation de l'escalier.
- Déterminer la quantité d'eau nécessaire à cet ouvrage.

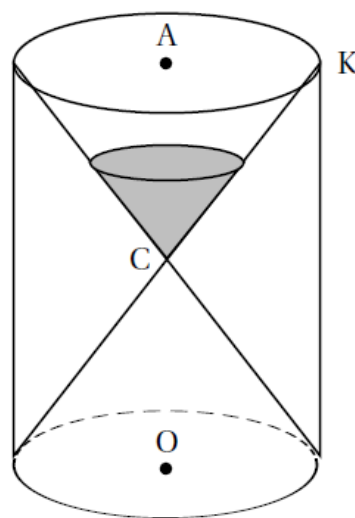
Exercice 2 :

On considère un sablier composé de deux cônes identiques de même sommet C et dont le rayon de la base est $AK = 1,5 \text{ cm}$. Pour le protéger, il est enfermé dans un cylindre de hauteur 6 cm et de même base que les deux cônes.

- On note V le volume du cylindre et V_1 le volume du sablier.

Tous les volumes seront exprimés en cm^3 .

- Montrer que la valeur exacte du volume V du cylindre est $13,5\pi$.
- Montrer que la valeur exacte de V_1 est $4,5\pi$.
- Quelle fraction du volume du cylindre, le volume du sablier occupe-t-il ?
(On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible)



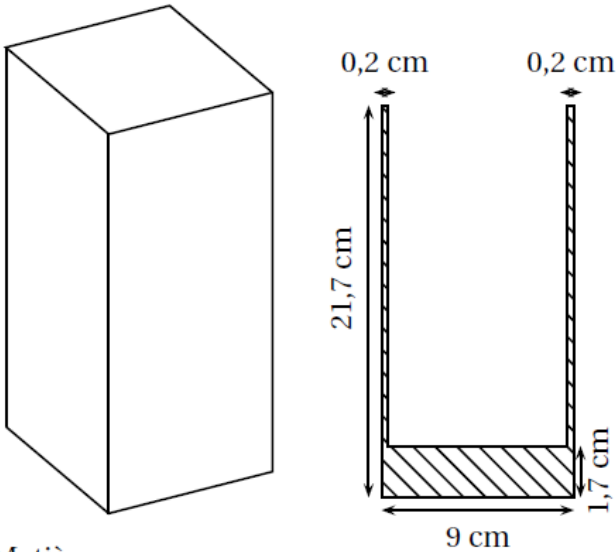
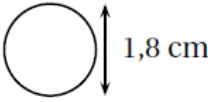
Rappel : La formule du volume du cône est : $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

- On a mis 12 cm^3 de sable dans le sablier.

Sachant que le sable va s'écouler d'un cône à l'autre avec un débit de $240 \text{ cm}^3/\text{h}$, quel temps sera mesuré par ce sablier ?

Exercice 3 :

Antoine crée des objets de décoration avec des vases, des billes et de l'eau colorée. Pour sa nouvelle création, il décide d'utiliser le vase et les billes ayant les caractéristiques suivantes :

Caractéristiques du vase	Caractéristiques des billes
	
Matière : verre Forme : pavé droit Dimensions extérieures : 9 cm × 9 cm × 21,7 cm Épaisseur des bords : 0,2 cm Épaisseur du fond : 1,7 cm	Matière : verre Forme : boule Dimension : 1,8 cm de diamètre

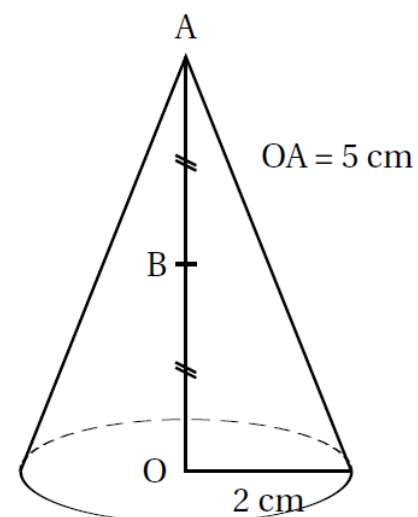
Il met 150 billes dans le vase. Peut-il ajouter un litre d'eau colorée sans risquer le débordement ?

On rappelle que le volume de la boule est donné par la formule : $\frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$.

Exercice 4 :

On considère un cône de révolution de hauteur 5 cm et dont la base a pour rayon 2 cm. Le point A est le sommet du cône et O le centre de sa base. B est le milieu de [AO].

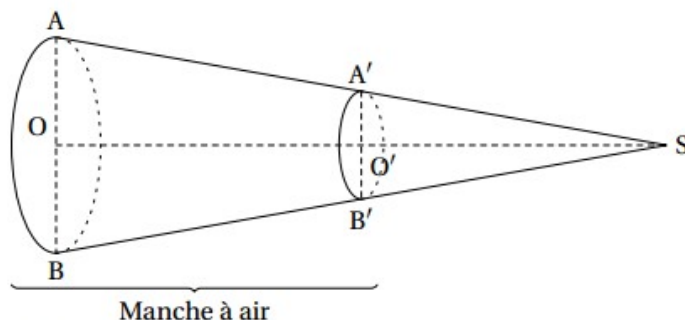
1. Calculer le volume du cône en cm³. On arrondira à l'unité. On rappelle que la formule est : $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$ où h désigne la hauteur et R le rayon de la base.
2. On effectue la section du cône par le plan parallèle à la base qui passe par B. On obtient ainsi un petit cône. Est-il vrai que le volume du petit cône obtenu est égal à la moitié du volume du cône initial ?



Exercice 5 :

Sur l'altiport (aérodrome d'altitude) de la station de ski se trouve une manche à air qui permet de vérifier la direction et la puissance du vent.

Cette manche à air a la forme d'un tronc de cône de révolution obtenu à partir d'un cône auquel on enlève la partie supérieure, après section par un plan parallèle à la base.



On donne : $AB = 60$ cm, $A'B' = 30$ cm, $BB' = 240$ cm.

O est le centre du disque de la base du grand cône de sommet S.

O' milieu de [OS], est le centre de la section de ce cône par un plan parallèle à la base.

B' appartient à la génératrice [SB] et A' appartient à la génératrice [SA].

1. Démontrer que la longueur SB est égale à 480 cm.
2. Calculer la longueur SO. On arrondira le résultat au centimètre.
3. Calculer le volume d'air qui se trouve dans la manche à air.

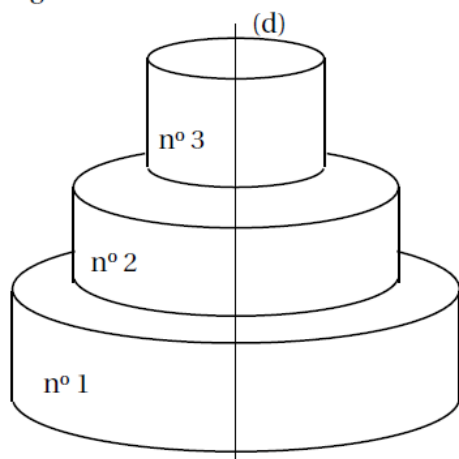
On arrondira au centimètre cube.

On rappelle les formules du volume d'un cône et l'aire d'un disque de rayon R :

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur} \quad \text{et} \quad A_{\text{disque}} = \pi \times R^2$$

Exercice 6 :

Heiata et Hiro ont choisi comme gâteau de mariage une pièce montée composée de 3 gâteaux cylindriques superposés, tous centrés sur l'axe (d) comme l'indique la figure ci-dessous :



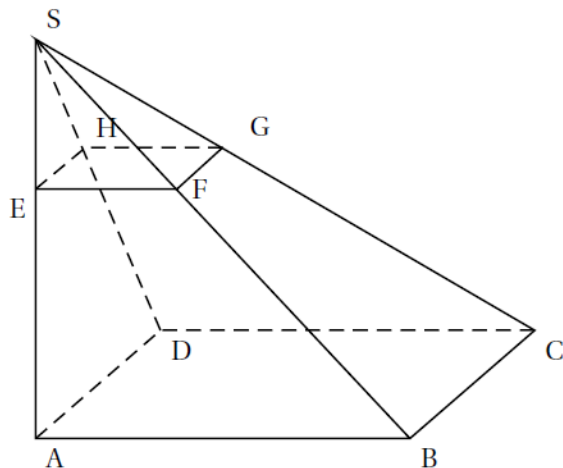
- Les trois gâteaux cylindriques sont de même hauteur : 10 cm.
- Le plus grand gâteau cylindrique, le n° 1, a pour rayon 30 cm.
- Le rayon du gâteau n° 2 est égal au $\frac{2}{3}$ de celui du gâteau n° 1.
- Le rayon du gâteau n° 3 est égal au $\frac{3}{4}$ de celui du gâteau n° 2.

La figure n'est pas à l'échelle

1. Montrer que le rayon du gâteau n° 2 est de 20 cm.
2. Calculer le rayon du gâteau n° 3.
3. Montrer que le volume total **exact** de la pièce montée est égal à $15\,250\pi$ cm³.
Rappel : le volume V d'un cylindre de rayon R et de hauteur h est donné par la formule $V = \pi \times R^2 \times h$.
4. Quelle fraction du volume total représente le volume du gâteau n° 2 ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 7 :

Sur la figure ci-dessous, $SABCD$ est une pyramide à base carrée de hauteur $[SA]$ telle que $AB = 9$ cm et $SA = 12$ cm. Le triangle SAB est rectangle en A .



Partie A

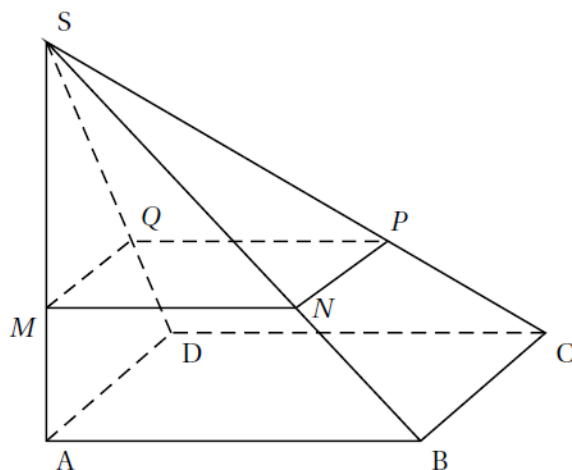
$EFGH$ est la section de la pyramide $SABCD$ par le plan parallèle à la base et telle que $SE = 3$ cm.

1.
 - a. Calculer EF .
 - b. Calculer SB .
2.
 - a. Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.
 - b. Donner le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide $SABCD$ à la pyramide $SEFGH$.
 - c. En déduire le volume de $SEFGH$. On donnera une valeur arrondie à l'unité.

Partie B

Soit M un point de $[SA]$ tel que $SM = x$ cm, où x est compris entre 0 et 12.

On appelle $MNPQ$ la section de la pyramide $SABCD$ par le plan parallèle à la base passant par M .



1. Montrer que $MN = 0,75x$.
2. Soit $\mathcal{A}(x)$ l'aire du carré $MNPQ$ en fonction de x . Montrer que $\mathcal{A}(x) = 0,5625x^2$.
3. Compléter le tableau ci-dessous.
4. Placer dans le repère du papier millimétré de l'annexe 2 les points d'abscisse x et d'ordonnée $\mathcal{A}(x)$ données par le tableau.
5. L'aire de $MNPQ$ est-elle proportionnelle à la longueur SM ? Justifier à l'aide du graphique.