

4e - Chapitre 7 - Calcul Littéral

Pendant tous les cours, je vous encourage à travailler avec vos camarades.

Échangez, partagez, comparez vos résultats, expliquez entre vous vos démarches et raisonnements

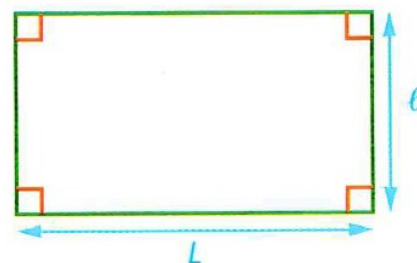
Chercher	Représenter	Modéliser	Calculer	Raisonner	Communiquer
Savoir reconnaître la règle de calcul littéral à utiliser (distributivité, factorisation, etc..)		Savoir écrire une expression littérale à partir d'un problème, en utilisant une lettre à la place d'une variable.	Savoir calculer la valeur d'une expression littérale en remplaçant la variable par un nombre Savoir appliquer les règles de la distributivité et de la factorisation	Savoir démontrer que deux expressions littérales sont égales ou différentes	

I. Écrire et calculer une expression littérale :

Définition : Une **expression littérale** est un calcul contenant des nombres et des lettres, les lettres représentant des nombres dont la valeur peut varier, on appelle cela "des variables".

Exemple : Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est $P=2\times L+2\times l$ et l'aire de ce rectangle est $A=L\times l$.

Ce sont des **expressions littérales** où L et l sont des lettres représentant des nombres.



Écrire une expression littérale :

Exemple :

Programme 1

Choisir un nombre.
Multiplier par 4.
Ajouter 7.

Programme 1 :

On note a le nombre que l'on choisit au départ.

$$a \xrightarrow{\times 4} a \times 4 \xrightarrow{+ 7} a \times 4 + 7$$

On obtient l'expression littérale $a \times 4 + 7$.

Le signe $\times$ étant placé après une lettre, on peut le supprimer, en faisant attention à replacer le 4 devant la lettre. Ainsi, le programme de calcul 1 peut être traduit par l'expression littérale $4a + 7$.

Programme 2

Choisir un nombre.
Ajouter 6.
Multiplier par 8.

Programme 2 :

On note a le nombre que l'on choisit au départ.

$$a \xrightarrow{+ 6} a + 6 \xrightarrow{\times 8} (a + 6) \times 8$$

On obtient l'expression littérale $(a + 6) \times 8$.

Le signe $\times$ étant placé après une parenthèse, on peut le supprimer, en faisant attention à replacer le 8 devant la parenthèse.

Ainsi, le programme de calcul 2 peut être traduit par l'expression littérale $8(a + 6)$.

C'est $a + 6$ qui est multiplié par 8.
Il ne faut donc pas oublier d'introduire des parenthèses.



Calculer une expression littérale :

Exemple :

Soit l'expression littérale $A = 2x - 5(y + 4)$. On veut calculer A avec $x = -3$ et $y = \frac{2}{3}$.

Alors on remplace x par -3 et y par $\frac{2}{3}$ dans l'expression littérale :

$$A = 2 \times (-3) - 5 \left(\frac{2}{3} + 4 \right) = -6 - 5 \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{1} \right) = -6 - 5 \left(\frac{2}{3} + \frac{12}{3} \right) = -6 - 5 \times \frac{14}{3} \text{ ce qui donne}$$

$$A = -6 - \frac{70}{3} = \frac{-6}{1} - \frac{70}{3} = \frac{-18}{3} - \frac{70}{3} = \frac{-88}{3}. \text{ Donc } A = \frac{-88}{3} \text{ si } x = -3 \text{ et } y = \frac{2}{3}.$$

II. Opérations sur les expressions littérales

a. Simplifier une expression littérale :

Règles (rappels) :

- Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe de la multiplication si il est devant ou derrière une lettre ou devant ou derrière une parenthèse.

Exemple : $2 \times x + a \times b + 5 \times (x+1) = 2x + ab + 5(x+1)$

- Quel que soit le nombre a alors :

$$1 \times a = a$$

$$0 \times a = 0$$

$$a \times a = a^2 \text{ qui se lit " } a \text{ au carré" (car formule de l'aire d'un carré de côté } a \text{)}$$

$$a \times a \times a = a^3 \text{ qui se lit " } a \text{ au cube" (car formule du volume d'un cube côté } a \text{)}$$

- Dans une expression littérale **qui ne contient que des multiplications**, on peut modifier l'ordre des facteurs pour la simplifier :

Exemple : $2 \times a \times 5 \times b = 2 \times 5 \times a \times b = 10ab$

b. Distributivité simple :

Propriété : Quels que soient les nombres k , a et b alors $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$

Exemples : $2(3x+4) = 2 \times 3x + 2 \times 4 = 6x + 8$

$$-7(-2+x) = -7 \times (-2) + (-7) \times x = 14 + (-7x) = 14 - 7x$$

$$x(x-5) = x \times x - x \times 5 = x^2 - 5x$$

$$-3(x-9) = -3 \times x - (-3) \times 9 = -3x - (-27) = -3x + 27$$

Remarque : On dit que l'on a **développé** l'expression littérale

Cas particulier : Signe "-" devant une parenthèse : On "distribue" le "-" en utilisant la règle des signes vue dans le chapitre 1 (règles sur les nombres relatifs)

Exemples : $5 - (x+3) = 5 - x - 3$ (on "distribue" le "-")

$$12x - (-5x+4-9x) = 12x + 5x - 4 + 9x$$

c. Factorisation simple : Factoriser, c'est transformer une somme (ou une différence) en produit de deux facteurs :

Exemples : $3x+6 = 3x+3 \times 2 = 3(x+2)$

$$-25+35x = -5 \times 5 + 5 \times 7x = 5(-5+7x)$$

$$x^2-6x = x \times x - 6 \times x = x(x-6)$$

Remarque : Le nombre placé devant la parenthèse s'appelle le "Facteur Commun"

III . Vérifier que deux expressions littérales sont égales ou différentes :

Propriété : Deux expressions littérales sont égales si elles le sont quelles que soient les valeurs numériques données aux lettres.

Conséquence : On ne peut pas vérifier que deux expressions littérales sont égales en testant avec quelques valeurs numériques. Donc, par exemple, il faut simplifier les expressions au maximum pour les comparer, **en conservant les lettres.**

Exemple : Montrer que l'expression $A=3(x+6)+7x-8$ est égale à $B=10(x+1)$

On développe A : $A=3 \times x+3 \times 6+7x-8=3x+18+7x-8=10x+10$

On développe B : $B=10(x+1)=10 \times x+10 \times 1=10x+10$

Donc oui, $A=B$ **quelle que soit la valeur de x !!**

Deux expressions littérales sont différentes si elles le sont pour au moins une valeur de la variable.

Exemple : Soit $A=2x+5$ et $B=x^2-4x+1$

Si on essaie avec $x=2$ on a $A=2 \times 2+5=4+5=9$ et $B=2^2-4 \times 2+1=4-8+1=-4+1=-3$

On a donc trouvé une valeur de la variable ($x=2$) qui donne deux valeurs différentes des expressions A et B. Donc $A \neq B$.

Remarque :

L'exemple qui prouve que les expressions sont différentes s'appelle un "**Contre-Exemple**"