

4e - Chapitre 4 - Fractions

Pendant tous les cours, je vous encourage à travailler avec vos camarades.

Échangez, partagez, comparez vos résultats, expliquez entre vous vos démarches et raisonnements

Chercher	Représenter	Modéliser	Calculer	Raisonner	Communiquer
	Connaître la représentation sur une droite graduée des fractions de nombres relatifs.	Savoir produire une expression contenant des fractions à partir d'un texte ou d'une situation géométrique.	Savoir calculer une fraction d'une quantité, connaître les 4 opérations sur les fractions, savoir simplifier une fraction	Être capable de démontrer des égalités de fractions	Connaître le vocabulaire, opposé, inverse, numérateur, dénominateur, etc..

1. Rappels :

Définition : Une fraction est un quotient de deux nombres entiers relatifs, le numérateur divisé par le dénominateur. C'est le résultat exact d'une division.

Propriété : Quel que soit le nombre relatif c non nul, $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$

Exemples : $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$, $\frac{8}{14} = \frac{8 : 2}{14 : 2} = \frac{4}{7}$, $\frac{20}{28} = \frac{20 : 4}{28 : 4} = \frac{5}{7}$, etc...

Remarque 1 : Quand on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre, on dit que l'on "simplifie la fraction". Ci-dessus on a simplifié la fraction $\frac{20}{28}$ par 4 et on trouve $\frac{5}{7}$.

Remarque 2 : Une fraction que l'on ne peut plus simplifier est appelée "**irréductible**".

Remarque 3 : Une fraction peut être composée de nombres relatifs, par exemple $\frac{-2}{3}$ est aussi une fraction, c'est le quotient exact de -2 par 3. On peut aussi écrire $\frac{-2}{3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$.

ATTENTION : $\frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ car on a vu (chapitre 1) que le quotient de deux nombres négatifs est positif.

2. Somme et différence de fractions :

Propriété : Pour ajouter ou soustraire des fractions, il faut les écrire avec le même dénominateur et ensuite ajouter ou soustraire uniquement les numérateurs

Exemples :

$$\frac{-5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{-3}{8} \quad (\text{là elles ont déjà le même dénominateur donc on ajoute les numérateurs})$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{4} = \frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{7}{8} : \text{Ici, } \frac{3}{4} \text{ est transformée en } \frac{6}{8} \text{ puis on ajoute les numérateurs.}$$

$\frac{3}{8} - 2 = \frac{3}{8} - \frac{2}{1} = \frac{3}{8} - \frac{16}{8} = \frac{-13}{8}$: Ici, on rappelle que le nombre entier 2 est aussi une fraction, c'est $\frac{2}{1}$ puis

on transforme $\frac{2}{1}$ en $\frac{16}{8}$ pour avoir le même dénominateur.

3. Produit de fractions

Propriété : Pour multiplier des fractions, il suffit de multiplier les numérateurs entre eux puis les dénominateurs entre eux.

Exemples :

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21} \quad ; \quad \frac{1}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{1 \times 7}{2 \times 3} = \frac{7}{6} \quad ; \quad 5 \times \frac{4}{9} = \frac{5}{1} \times \frac{4}{9} = \frac{5 \times 4}{1 \times 9} = \frac{20}{9}$$

ATTENTION : $5 \times \frac{4}{9}$ *n'est pas égal à* $\frac{5 \times 4}{5 \times 9}$!!!

Application : Pour calculer une fraction d'une quantité, on multiplie la fraction par la quantité.

Exemples : $\frac{2}{3}$ de 390 grammes font $\frac{2}{3} \times 390 = \frac{2}{3} \times \frac{390}{1} = \frac{780}{3} = 260$ grammes.

37% de 1250 euros font $\frac{37}{100} \times 1250 = \frac{37 \times 1250}{100} = 462,5$ euros.

4. Quotient de deux fractions :

Définition : L'inverse d'un nombre entier a est $\frac{1}{a}$ et l'inverse d'une fraction $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Propriété : Diviser deux nombres, c'est multiplier le premier par l'inverse du second.

Exemples : $3 : \frac{2}{7} = 3 \times \frac{7}{2} = \frac{21}{2}$; $\frac{3}{5} : \frac{7}{4} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$; $\frac{\frac{2}{7}}{\frac{6}{13}} = \frac{2}{7} \times \frac{13}{6} = \frac{26}{42} = \frac{13}{21}$

5. Complément : Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour rendre irréductible une fraction .

Exemple : On veut simplifier AU MAXIMUM (c'est à dire rendre irréductible) la fraction $\frac{120}{75}$.

On va décomposer 120 et 75 :

$$120 = 2 \times 60 = 2 \times 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad \text{et} \quad 75 = 5 \times 15 = 5 \times 3 \times 5$$

Donc $\frac{120}{75} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{5}}{5 \times \cancel{3} \times \cancel{5}}$ donc on peut donc simplifier $\cancel{3 \times 5}$ au numérateur ET au dénominateur.

Donc $\frac{120}{75} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5} = \frac{8}{5}$ et on est sûr que $\frac{8}{5}$ est irréductible.